

3

式の計算の利用

式の値

式の値を求めるときは、式を簡単にしてから数を代入すると計算しやすくなる場合が多い。

例題 1

$x = -4$, $y = 5$ のとき, $2(x+7y)-5(-2x+3y)$ の値を求めなさい。

解き方

与えられた式をできるだけ簡単にしてから代入する。

$$2(x+7y)-5(-2x+3y) = 2x+14y+10x-15y = 12x-y$$

これに $x = -4$, $y = 5$ を代入して, $12x-y = 12 \times (-4) - 5 = -48 - 5 = -53$

答 -53

問題 1 $a = 3$, $b = -2$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

□(1) $5ab - b^2$

□(2) $-3a + 5b + 4a - 8b$

問題 2 次の問いに答えなさい。

□(1) $a = -5$, $b = 2$ のとき, $3(a^2 - ab) - 4(a^2 - 2ab)$ の値を求めなさい。

□(2) $x = 4$, $y = -3$ のとき, $6xy \div (-9x) \times (-5xy)$ の値を求めなさい。

式による説明

式の計算を利用することにより, 数の性質などを一般的に説明することができる。

▶ 偶数 $\cdots 2m$ (m は整数, 以下同様)

▶ 奇数 $\cdots 2m+1$

▶ 3 の倍数 $\cdots 3m$

▶ 連続する 3 つの整数 $\cdots m, m+1, m+2$

▶ 連続する 2 つの奇数 $\cdots 2m+1, 2m+3$

▶ 百の位が a , 十の位が b , 一の位が c である 3 けたの整数 $\cdots 100a + 10b + c$ (2 けたの整数は, $10b + c$)

例題 2

奇数と奇数の和は偶数になることを説明しなさい。

解き方

2 つの奇数を式で表し, 和が $2 \times (\text{整数})$ の形をしていることを示す。

答

m, n を整数とすると, 2 つの奇数は $2m+1, 2n+1$ と表される。

奇数と奇数の和は, $(2m+1) + (2n+1) = 2m+2n+2 = 2(m+n+1)$

ここで, m, n は整数だから, $m+n+1$ も整数である。よって, $2(m+n+1)$ は $2 \times (\text{整数})$ の形をしているから偶数である。したがって, 奇数と奇数の和は偶数になる。

問題 3 奇数と偶数の和は奇数になることを次のように説明した。□□□ にあてはまるものを答えなさい。

□ [説明] m, n を整数とすると, 奇数は $2m+1$, 偶数は □① と表される。

奇数と偶数の和は, $(2m+1) + \square② = 2(\square③) + 1$

□④ は整数だから, $2(\square⑤) + 1$ は奇数である。

よって, 奇数と偶数の和は奇数になる。

問題 4 次の問いに答えなさい。

□(1) 偶数と偶数の和は偶数になることを説明しなさい。

□(2) 連続する 3 つの整数の和は 3 の倍数になるわけを説明しなさい。

図形への利用

図形の長さなどが文字式で与えられた場合は、そのまま公式にあてはめて計算する。

例題 3

底面の半径が r 、高さが h の円柱がある。この円柱の底面の半径と高さをそれぞれ 2 倍にすると、体積は何倍になりますか。

解き方

もとの円柱の体積は、(底面積)×(高さ) $= \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$

底面の半径と高さをそれぞれ 2 倍した円柱の底面の半径は $2r$ 、高さは $2h$ だから、

体積は、 $\{\pi \times (2r)^2\} \times 2h = 4\pi r^2 \times 2h = 8\pi r^2 h$

よって、 $8\pi r^2 h \div \pi r^2 h = 8$ (倍)

答 8 倍

問題 5 次の問いに答えなさい。

□(1) 底辺の長さが $2a$ 、高さが $3b$ の三角形の面積を求めなさい。

□(2) 縦 $2x$ 、横 $4x$ 、高さ x の直方体の体積を求めなさい。

□(3) 底面の半径が $2r$ 、高さが $3h$ の円錐の体積を求めなさい。

□(4) 半径が r の円がある。この円の半径を 3 倍にすると、面積は何倍になりますか。

等式の変形

いくつかの文字をふくむ等式を変形して、1 つの文字を求める式を導くことを、はじめの等式をその文字について解くという。等式の変形は、等式の性質を利用し、方程式を解くのと一緒に行うとよい。

例題 4

次の等式を〔 〕内の文字について解きなさい。

(1) $4x + 3y = 24$ $[y]$

(2) $S = \frac{1}{2}ah$ $[h]$

解き方

(1) $4x$ を移項して、 $3y = -4x + 24$

(2) 左辺と右辺を入れかえて、 $\frac{1}{2}ah = S$

両辺を 3 でわって、

両辺を 2 倍して、 $ah = 2S$

$y = -\frac{4}{3}x + 8$ **答** $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 両辺を a でわって、 $h = \frac{2S}{a}$ **答** $h = \frac{2S}{a}$

問題 6 次の等式を〔 〕内の文字について解きなさい。

□(1) $4x - 2y = 8$ $[y]$

□(2) $5x - y = 40$ $[x]$

□(3) $V = Sh$ $[h]$

□(4) $S = \pi \ell r$ $[\ell]$

□(5) $V = \frac{1}{3}a^2h$ $[h]$

□(6) $x = \frac{2}{5}yz$ $[y]$

□(7) $\ell = a + b + c$ $[b]$

□(8) $m = \frac{a+b}{2}$ $[a]$