

# 4

## 連立方程式の解き方(加減法, 代入法)

### 連立方程式とその解

2つの文字をふくむ1次方程式を2元1次方程式げんといい, 2元1次方程式を成り立たせる文字の値の組をその2元1次方程式の解れんりつという。2元1次方程式の解は無数にある。

2つ以上の方程式を組み合わせたものを連立方程式かいという。連立方程式のなかのどの方程式も成り立たせるような文字の値の組をその連立方程式の解とといい, 解を求めることを連立方程式を解くとという。

#### 例題 1

$x, y$  が自然数のとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 2元1次方程式  $x+y=7$  の解を右の表にまとめなさい。  
 (2) 2元1次方程式  $4x+y=13$  の解を右の表にまとめなさい。  
 (3) 連立方程式  $\begin{cases} x+y=7 \\ 4x+y=13 \end{cases}$  の解を求めなさい。

(1) 

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$						

(2) 

$x$	1	2	3
$y$			

- 解き方** (1)  $y=7-x$  と変形し, この式に  $x=1, 2, 3, \dots$  を代入して  $y$  の値を求めるとよい。  
 (2)  $y=13-4x$  と変形し, この式に  $x=1, 2, 3$  を代入して  $y$  の値を求めるとよい。  
 (3) (1), (2)の両方の方程式を成り立たせる  $x, y$  の値の組をさがす。

**答**

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	6	5	4	3	2	1

**答**

$x$	1	2	3
$y$	9	5	1

**答**  $x=2, y=5$

**問題 1** 下の①~④の  $x, y$  の値の組について, 次の問いに答えなさい。

- ①  $x=8, y=1$     ②  $x=-1, y=2$     ③  $x=3, y=-1$     ④  $x=-2, y=-3$

□(1) 2元1次方程式  $2x-5y=11$  の解となるものをすべて選び出し, 番号で答えなさい。

□(2) 連立方程式  $\begin{cases} 2x-5y=11 \\ 3x+4y=5 \end{cases}$  の解となるものを番号で答えなさい。

### 連立方程式の解き方(加減法)

ある文字をふくむ2つの方程式から, その文字をふくまない1つの方程式をつくることを, その文字を消去しょうきょするという。

連立方程式で, 2つの方程式の左辺どうし, 右辺どうしを加え  $\begin{array}{r} A=B \\ +) C=D \\ \hline A+C=B+D \end{array}$  たりひいたりして, 1つの文字を消去する方法を加減法かげんほうという。  $\begin{array}{r} A=B \\ -) C=D \\ \hline A-C=B-D \end{array}$

#### 例題 2

次の連立方程式を解きなさい。

(1)  $\begin{cases} 3x-y=8 \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+y=4 \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$

(2)  $\begin{cases} 2x+5y=3 \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x-3y=11 \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$

**解き方** (1)  $\begin{array}{r} 3x-y=8 \\ +) x+y=4 \\ \hline 4x \quad =12 \\ x=3 \end{array}$

(2)  $\begin{array}{r} 2x+5y=3 \\ -) 2x-3y=11 \\ \hline 8y=-8 \\ y=-1 \end{array}$

$x=3$  を②に代入して,  $3+y=4$

$y=-1$  を①に代入して,  $2x+5 \times (-1)=3$

$y=1$     **答**  $x=3, y=1$

$2x-5=3, x=4$     **答**  $x=4, y=-1$

**問題 2** 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=4 \end{cases}$$

$$\square(2) \begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x+y=7 \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} 5x-2y=-6 \\ x-2y=2 \end{cases}$$

$$\square(4) \begin{cases} 4x-3y=-7 \\ -2x+3y=5 \end{cases}$$

$$\square(5) \begin{cases} 3x-5y=-7 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$$

$$\square(6) \begin{cases} 4x-y=10 \\ -4x+5y=-18 \end{cases}$$

**例題 3**

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 2x+y=5 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 5x-3y=18 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x-8y=-14 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x+5y=1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

**解き方** 文字の係数の絶対値が等しくないときは、一方または両方の方程式の両辺を何倍かして、どちらかの文字の係数の絶対値を等しくしてから、例題 2 と同様にして解く。

$$\begin{array}{r} (1) \textcircled{1} \times 3 \quad 6x+3y=15 \\ \textcircled{2} \quad \quad \quad +) 5x-3y=18 \\ \hline 11x \quad \quad = 33 \\ x=3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \textcircled{1} \times 2 \quad 6x-16y=-28 \\ \textcircled{2} \times 3 \quad \quad -) 6x+15y=3 \\ \hline -31y=-31 \\ y=1 \end{array}$$

$x=3$  を $\textcircled{1}$ に代入して、 $6+y=5$ ,  $y=-1$

$y=1$  を $\textcircled{2}$ に代入して、 $2x+5=1$ ,  $x=-2$

**答**  $x=3$ ,  $y=-1$

**答**  $x=-2$ ,  $y=1$

**問題 3** 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} 3x+2y=4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$$

$$\square(2) \begin{cases} 3x-y=4 \\ 7x-3y=6 \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} 4x+2y=4 \\ 3x+4y=-2 \end{cases}$$

$$\square(4) \begin{cases} -2x-3y=-4 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$$

$$\square(5) \begin{cases} x+2y=-8 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$$

$$\square(6) \begin{cases} 3x+2y=-7 \\ -x+3y=6 \end{cases}$$

$$\square(7) \begin{cases} -2x+7y=-9 \\ 4x+5y=-1 \end{cases}$$

$$\square(8) \begin{cases} -4x+7y=2 \\ -x+2y=1 \end{cases}$$

$$\square(9) \begin{cases} 3x+4y=7 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$$

$$\square(10) \begin{cases} 6x+5y=17 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$$

$$\square(11) \begin{cases} -5x+3y=-14 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$$

$$\square(12) \begin{cases} 5x-2y=2 \\ 7x-3y=4 \end{cases}$$

## 連立方程式の解き方(代入法)

連立方程式の一方の式を  $x = \dots$ , または  $y = \dots$  の形に変形し, これを他方の式に代入して, 1つの文字を消去する方法を代入法だいにゅうほうという。

### 例題 4

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} y = 2x - 1 & \dots\dots ① \\ 8x - 3y = 7 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 4x - 5y = -14 & \dots\dots ① \\ x + 2y = 3 & \dots\dots ② \end{cases}$$

#### 解き方

(1) ①を②に代入して,

$$8x - 3(2x - 1) = 7$$

$$8x - 6x + 3 = 7$$

$$2x = 4, \quad x = 2$$

$$x = 2 \text{ を } ① \text{ に代入して, } y = 2 \times 2 - 1 = 3$$

$$\text{答 } x = 2, y = 3$$

(2) ②より,  $x = -2y + 3 \dots\dots ③$

$$③ \text{ を } ① \text{ に代入して, } 4(-2y + 3) - 5y = -14$$

$$-8y + 12 - 5y = -14$$

$$-13y = -26, \quad y = 2$$

$$y = 2 \text{ を } ③ \text{ に代入して, } x = -2 \times 2 + 3 = -1$$

$$\text{答 } x = -1, y = 2$$

### 問題 4

次の連立方程式を代入法で解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} y = 2x \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

$$\square(2) \begin{cases} 4x - y = 18 \\ y = -5x \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} 5x - 2y = -9 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$$

$$\square(4) \begin{cases} y = -2x - 1 \\ -4x + 3y = 17 \end{cases}$$

$$\square(5) \begin{cases} x = y + 3 \\ 3x - 4y = 11 \end{cases}$$

$$\square(6) \begin{cases} 6x + 5y = 17 \\ x = 4 - 2y \end{cases}$$

$$\square(7) \begin{cases} 3x + y = -6 \\ 2x - 5y = 13 \end{cases}$$

$$\square(8) \begin{cases} x - 4y = 8 \\ -3x + 2y = -14 \end{cases}$$

## 解と連立方程式

係数に文字をふくむ連立方程式とその解が与えられたときは, 解を連立方程式に代入し, 係数の文字についての方程式をつくり, 係数の文字の値を求める。

### 例題 5

連立方程式  $\begin{cases} ax - by = 11 \\ 2ax + by = 7 \end{cases}$  の解が  $x = 2, y = -1$  であるとき,  $a, b$  の値を求めなさい。

#### 解き方

$$x = 2, y = -1 \text{ を } ax - by = 11 \text{ に代入して, } 2a + b = 11 \dots\dots ①$$

$$x = 2, y = -1 \text{ を } 2ax + by = 7 \text{ に代入して, } 4a - b = 7 \dots\dots ②$$

①, ②を  $a, b$  についての連立方程式と考えて,  $a, b$  の値を求める。

$$① + ② \text{ より, } 6a = 18, \quad a = 3$$

$$a = 3 \text{ を } ① \text{ に代入して, } 6 + b = 11, \quad b = 5$$

$$\text{答 } a = 3, b = 5$$

### 問題 5

連立方程式  $\begin{cases} ax + by = 16 \\ ax - by = -4 \end{cases}$  の解が  $x = -2, y = 5$  であるとき,  $a, b$  の値を求めなさい。

□