

2

多項式の計算(乗法公式)

乗法公式

乗法公式 ① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ ($x+a$ と $x+b$ の積)② $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ (和の平方)③ $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$ (差の平方)④ $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$ (和と差の積)

例題 1

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x+4)$

(2) $(x-6)(x+5)$

(3) $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

(4) $(x-7y)(x-2y)$

(5) $(2x-1)(2x+5)$

解き方 (1) 公式①で、 a が 3, b が 4 のときだから、

$$(x+3)(x+4)=x^2+(3+4)x+3\times 4=x^2+7x+12$$

答 $x^2+7x+12$

(2) 公式①で、 a が -6 , b が 5 のときだから、

$$(x-6)(x+5)=x^2+(-6+5)x+(-6)\times 5=x^2-x-30$$

答 x^2-x-30

(3) $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=x^2+\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)x+\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=x^2+\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}$

答 $x^2+\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}$

(4) 公式①で、 a が $-7y$, b が $-2y$ であると考えて、

$$(x-7y)(x-2y)=x^2+(-7y-2y)x+(-7y)\times(-2y)=x^2-9xy+14y^2$$

答 $x^2-9xy+14y^2$

(5) 公式①で、 x が $2x$, a が -1 , b が 5 であると考えて、

$$(2x-1)(2x+5)=(2x)^2+(-1+5)\times 2x+(-1)\times 5=4x^2+8x-5$$

答 $4x^2+8x-5$

問題 1 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+2)(x+3)$

□(2) $(x+4)(x+8)$

□(3) $(x+6)(x+1)$

□(4) $(x-3)(x-5)$

□(5) $(x-1)(x-9)$

□(6) $(x-12)(x-4)$

□(7) $(x+6)(x-3)$

□(8) $(x+4)(x-5)$

□(9) $(x+8)(x-7)$

□(10) $(x-1)(x+5)$

□(11) $(x-8)(x+6)$

□(12) $(x-3)(x+2)$

□(13) $(a-1)(a-2)$

□(14) $(y+7)(y-3)$

□(15) $(m-5)(m+2)$

□(16) $(t+4)(t-6)$

□(17) $(b-10)(b-8)$

□(18) $(a-4)(a+15)$

問題 2 次の式を展開しなさい。

□(1) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$

□(2) $\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

□(3) $\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(y+\frac{1}{4}\right)$

□(4) $(x+2y)(x+4y)$

□(5) $(x-5y)(x+y)$

□(6) $(a-2b)(a+3b)$

問題 3 次の式を展開しなさい。

□(1) $(2x+5)(2x+1)$

□(2) $(3x-2)(3x+4)$

□(3) $(5a-1)(5a-3)$

□(4) $(4m+3)(4m-6)$

□(5) $(xy+4)(xy+7)$

□(6) $(ab-5)(ab+6)$

例題 2

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+5)^2$

(2) $(2a-3b)^2$

解き方 (1) 公式 ② で, a が 5 のときだから,

$$(x+5)^2 = x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2 = x^2 + 10x + 25$$

答 $x^2 + 10x + 25$

(2) 公式 ③ で, x が $2a$, a が $3b$ であると考えて,

$$(2a-3b)^2 = (2a)^2 - 2 \times 3b \times 2a + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

答 $4a^2 - 12ab + 9b^2$

問題 4 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+3)^2$

□(2) $(x+8)^2$

□(3) $(x+1)^2$

□(4) $(a+7)^2$

□(5) $(x-4)^2$

□(6) $(x-5)^2$

□(7) $(x-2)^2$

□(8) $(y-10)^2$

□(9) $(x-y)^2$

問題 5 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+2y)^2$

□(2) $(x-3y)^2$

□(3) $(2x+5)^2$

□(4) $(3x-2)^2$

□(5) $(4a+b)^2$

□(6) $(5x-2y)^2$

□(7) $(3m+4n)^2$

□(8) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

□(9) $\left(a - \frac{1}{3}\right)^2$

例題 3

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+7)(x-7)$

(2) $(-x+2)(-x-2)$

(3) $(3a-5b)(5b+3a)$

解き方 (1) 公式 ④ で, a が 7 のときだから, $(x+7)(x-7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$

答 $x^2 - 49$

(2) 公式 ④ で, x が $-x$, a が 2 と考えて, $(-x+2)(-x-2) = (-x)^2 - 2^2 = x^2 - 4$

答 $x^2 - 4$

(3) $(3a-5b)(5b+3a) = (3a-5b)(3a+5b) = (3a)^2 - (5b)^2 = 9a^2 - 25b^2$

答 $9a^2 - 25b^2$

問題 6 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+3)(x-3)$

□(2) $(x+5)(x-5)$

□(3) $(a+6)(a-6)$

□(4) $(x-4)(x+4)$

□(5) $(m-1)(m+1)$

□(6) $(b-10)(b+10)$

問題 7 次の式を展開しなさい。

□(1) $(3x+4)(3x-4)$

□(2) $(8+x)(8-x)$

□(3) $(5x+y)(5x-y)$

□(4) $(-x+2y)(-x-2y)$

□(5) $(2a-7b)(2a+7b)$

□(6) $(3x+2y)(2y-3x)$

□(7) $(-a+3b)(3b+a)$

□(8) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

□(9) $\left(a-\frac{2}{3}\right)\left(a+\frac{2}{3}\right)$

いろいろな計算

多項式の四則混合計算は、まず乗法公式を使って展開してから、式の計算を行う。

例題 4

次の計算をしなさい。

(1) $(x+4)^2+2(x-3)(x+1)$

(2) $3(x-1)^2-(x+2)(x-2)$

解き方

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x+4)^2+2(x-3)(x+1) \\ &= x^2+8x+16+2(x^2-2x-3) \\ &= x^2+8x+16+2x^2-4x-6 \\ &= 3x^2+4x+10 \end{aligned}$$

答 $3x^2+4x+10$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 3(x-1)^2-(x+2)(x-2) \\ &= 3(x^2-2x+1)-(x^2-4) \\ &= 3x^2-6x+3-x^2+4 \\ &= 2x^2-6x+7 \end{aligned}$$

答 $2x^2-6x+7$

問題 8 次の計算をしなさい。

□(1) $(x+2)^2+(x+4)(x-1)$

□(2) $2x(x+1)+(x-1)^2$

□(3) $(x-6)(x+2)-(x-3)^2$

□(4) $(x+4)^2-(x+8)(x-8)$

□(5) $2(x+1)^2-(x+5)(x-2)$

□(6) $4(x+1)(x-1)-(x-2)^2$

例題 5

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2y-3)(x+2y+5)$

(2) $(a+b-2)(a-b+2)$

解き方

(1) $x+2y$ が共通なことに注目する。

(2) $(a+b-2)(a-b+2)$

$$\begin{aligned} & (x+2y-3)(x+2y+5) \\ &= (M-3)(M+5) \quad \left. \begin{array}{l} x+2y=M \\ \text{とおく} \end{array} \right\} \\ &= M^2+2M-15 \\ &= (x+2y)^2+2(x+2y)-15 \quad \left. \begin{array}{l} M \text{ を } x+2y \\ \text{にもどす} \end{array} \right\} \\ &= x^2+4xy+4y^2+2x+4y-15 \end{aligned}$$

答 $x^2+4xy+4y^2+2x+4y-15$

$$\begin{aligned} & (a+b-2)(a-b+2) \\ &= \{a+(b-2)\}\{a-(b-2)\} \quad \left. \begin{array}{l} b-2=M \text{ と} \\ \text{おく} \end{array} \right\} \\ &= (a+M)(a-M) \\ &= a^2-M^2 \\ &= a^2-(b-2)^2 \quad \left. \begin{array}{l} M \text{ を } b-2 \text{ に} \\ \text{もどす} \end{array} \right\} \\ &= a^2-(b^2-4b+4) \end{aligned}$$

$= a^2-b^2+4b-4$

答 a^2-b^2+4b-4

問題 9 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+y+2)(x+y-6)$

□(2) $(a+b-4)^2$

□(3) $(a+2b+3)(a+2b-3)$

□(4) $(x+y-5)(x-y+5)$