

4

やや複雑な因数分解

共通因数をくり出してから公式を利用する因数分解

因数分解では、まず共通因数をくり出し、次にかっこの中を公式を使って因数分解できないか考える。

例題 1

次の式を因数分解しなさい。

(1) $2ax^2 + 4ax - 6a$

(2) $27a^2 - 12$

解き方 まず共通因数をさがし、共通因数で因数分解してから、公式による因数分解を考える。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2ax^2 + 4ax - 6a \\ & = 2a(x^2 + 2x - 3) \\ & = 2a(x+3)(x-1) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{共通因数 } 2a \text{ でくくる} \\ \text{公式 [1]' を使う} \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 27a^2 - 12 \\ & = 3(9a^2 - 4) \\ & = 3(3a+2)(3a-2) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{共通因数 } 3 \text{ でくくる} \\ \text{公式 [4]' を使う} \end{array} \right\}$$

答 $2a(x+3)(x-1)$

答 $3(3a+2)(3a-2)$

問題 1 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $4x^2 - 12x + 8$

□(2) $ax^2 + 2ax - 8a$

□(3) $3a^2x + 3ax - 18x$

□(4) $-5a^2 - 20a + 25$

□(5) $2x^2 + 4x + 2$

□(6) $mx^2 + 12mx + 36m$

□(7) $-a^3 + 10a^2 - 25a$

□(8) $4a^2 - 16ab + 16b^2$

問題 2 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $6x^2 - 24$

□(2) $4a^2 - 36$

□(3) $ab^2 - a$

□(4) $m^2n - 9n$

□(5) $2a^2 - 50b^2$

□(6) $12x^2 - 3y^2$

式を整理する因数分解

与えられた式を整理すると因数分解できる場合がある。

例題 2

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x+4)(x-5) - 2(x-1)$

(2) $x(6-x) - 9$

解き方 式を展開して整理し、整理した式の因数分解を考える。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x+4)(x-5) - 2(x-1) \\ & = x^2 - x - 20 - 2x + 2 \\ & = x^2 - 3x - 18 \\ & = (x-6)(x+3) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{展開する} \\ \text{整理する} \\ \text{公式 [1]' を使う} \end{array} \right\}$$

答 $(x-6)(x+3)$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x(6-x) - 9 \\ & = 6x - x^2 - 9 \\ & = -x^2 + 6x - 9 \\ & = -(x^2 - 6x + 9) \\ & = -(x-3)^2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{かっこをはずす} \\ \text{整理する} \\ \text{共通因数 } -1 \text{ でくくる} \\ \text{公式 [3]' を使う} \end{array} \right\}$$

答 $-(x-3)^2$

問題 3 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x(x-1)-20$

□(2) $x^2-2(x+4)$

□(3) $(x+1)(x+2)-6$

□(4) $(x+3)(x-4)+5x$

おきかえや項の組み合わせによる因数分解

▶ 同じ式がある場合は、同じ式を1つの文字におきかえて、因数分解を考える。

▶ 項が4つ以上ある式では、項を部分的に組み合わせ、それぞれの部分を因数分解した後、おきかえによる因数分解を考えてみる。

例題 3

次の式を因数分解しなさい。

(1) $b(a+3)+2(a+3)$

(2) $(x-2)^2+8(x-2)+15$

解き方 同じ式を1つの文字におきかえることで、共通因数や公式の形が見つけやすくなる。

(1) $a+3=M$ とおく。

(2) $x-2=M$ とおく。

$b(a+3)+2(a+3)$

$(x-2)^2+8(x-2)+15$

$=bM+2M$

$=M^2+8M+15$

$=M(b+2)$

$= (M+3)(M+5)$

$= (a+3)(b+2)$

$= (x-2+3)(x-2+5)$

$\left. \begin{array}{l} M \text{ が共通因数} \\ M \text{ を } a+3 \text{ にもどす} \end{array} \right\}$

$\left. \begin{array}{l} \text{公式 1' を使う} \\ M \text{ を } x-2 \text{ にもどす} \end{array} \right\}$

答 $(a+3)(b+2)$

$= (x+1)(x+3)$

答 $(x+1)(x+3)$

問題 4 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $(a-b)x+(a-b)y$

□(2) $x(x+4)-5(x+4)$

□(3) $(a+b)^2-3(a+b)+2$

□(4) $(x-1)^2+3(x-1)-4$

例題 4

次の式を因数分解しなさい。

(1) $xy-x-y+1$

(2) $a^2-2ab+b^2-9$

解き方 4項の場合は、2項+2項または、3項+1項に分けて考える。

(1) $xy-x-y+1$

(2) $a^2-2ab+b^2-9$

$= (xy-x)-y+1$

$= (a^2-2ab+b^2)-9$

$= x(y-1)-(y-1)$

$= (a-b)^2-9$

$= xM-M$

$= M^2-9$

$= M(x-1)$

$= (M+3)(M-3)$

$= (y-1)(x-1)$

答 $(x-1)(y-1)$

$= (a-b+3)(a-b-3)$

答 $(a-b+3)(a-b-3)$

$\left. \begin{array}{l} y-1=M \text{ とおく} \end{array} \right\}$

$\left. \begin{array}{l} a-b=M \text{ とおく} \end{array} \right\}$

問題 5 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $ax+ay+bx+by$

□(2) $xy+5x-2y-10$

□(3) $x^2+2xy+y^2-z^2$

□(4) $a^2-6ab+9b^2-4$