

第7回 等式の証明(1)《練習問題》

- ① (1) 左辺と右辺をそれぞれ展開し等しいことを証明する。

または

(左辺) - (右辺) を計算して 0 になることを証明する。

- (2) (1)と同様

- ② (1) $c = a + b$ を代入すると

$$(\text{左辺}) = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$= (a + b)^3$$

$$(\text{右辺}) = (a + b)^3$$

$$(2) \begin{cases} a + b = -c \\ b + c = -a \\ c + a = -b \end{cases} \text{を代入すると}$$

$$(\text{左辺}) = \frac{1}{ca} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc}$$

$$= \frac{a + b + c}{abc} = 0$$

$$(\because a + b + c = 0)$$

第8回 等式の証明(2)《例題》

- ① $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ とおくと

$$a = bk, c = dk$$

これを左辺と右辺に代入する。

- ② (1) $\frac{11}{18}$

- (2) (a, b, c)

$$= \left(\pm \frac{1}{\sqrt{14}}, \pm \frac{2}{\sqrt{14}}, \pm \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

第8回 等式の証明(2)《練習問題》

- ① (1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ とおくと

$$a = bk, c = dk$$

これを左辺と右辺に代入する。

- (2) $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$ とおくと

$$x = ak, y = bk, z = ck$$

これを左辺と右辺に代入する。

- ② (1) $\frac{28}{3}$

- (2) $(x, y, z) = (4, 6, 10)$

- ③ (1) $x = \frac{3}{2}k, y = \frac{1}{2}k, z = \frac{5}{2}k$

- (2) $\frac{23}{35}$

第9回 不等式の証明(1)《例題》

- (1) (左辺) - (右辺) $= a(b - 1) - (b - 1)$
 $= (a - 1)(b - 1) > 0$
 $(\because a < 1, b < 1)$

- (2) (左辺) $= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$

等号は $a = b = 0$ のとき成り立つ。

- (3) (左辺) - (右辺)
 $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= \frac{1}{2}(a + b + c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$
 $= \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} \geq 0$
 $(\because a > 0, b > 0, c > 0)$

等号は $a = b = c$ のとき成り立つ。

- (4) (左辺) - (右辺) $= a^2y^2 - 2abxy + b^2y^2$
 $= (ay - bx)^2 \geq 0$

等号は $a : b = x : y$ のとき成り立つ。

第9回 不等式の証明(1)《練習問題》

- (1) (左辺) - (右辺) $= a(b - 2) + (b - 2)$
 $= (a + 1)(b - 2) > 0$
 $(\because a < -1, b < 2)$

- (2) (左辺) $= \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$