

10

方程式の解き方(等式の性質と方程式の解き方)

方程式と解

式の中の文字にある値を代入すると成り立つ等式を方程式という。また、方程式を成り立たせる値を、方程式の解といい、方程式の解を求めることを、方程式を解くという。

例題 1

-2, -1, 0の中から、方程式 $2x-5=x-6$ の解であるものを答えなさい。

解き方

-2, -1, 0をそれぞれ x に代入して、等式が成り立つかどうかを調べる。

x の値	左辺	右辺
-2	$2 \times (-2) - 5 = -9$	$-2 - 6 = -8$
-1	$2 \times (-1) - 5 = -7$	$-1 - 6 = -7$
0	$2 \times 0 - 5 = -5$	$0 - 6 = -6$

左の表より、
(左辺)=(右辺)となっているのは、
 $x = -1$ のときである。

答 -1

問題 1

0, 1, 2, 3のうち、方程式 $3x+1=5x-3$ の解であるものを答えなさい。

等式の性質

- ① 等式の両辺に同じ数や式を加えても、等式は成り立つ。 $A=B$ ならば、 $A+C=B+C$
- ② 等式の両辺から同じ数や式をひいても、等式は成り立つ。 $A=B$ ならば、 $A-C=B-C$
- ③ 等式の両辺に同じ数をかけても、等式は成り立つ。 $A=B$ ならば、 $AC=BC$
- ④ 等式の両辺を同じ数でわっても、等式は成り立つ。 $A=B$ ならば、 $\frac{A}{C} = \frac{B}{C} (C \neq 0)$
- ⑤ 等式の両辺を入れかえても、等式は成り立つ。 $A=B$ ならば、 $B=A$

例題 2

等式の性質を使って、次の方程式を解きなさい。

(1) $x+3=5$

(2) $-8x=32$

解き方

等式の性質を利用して、左辺が x だけになる ($x = \dots$ の形になる) ように工夫する。

(1) 等式の性質②より、両辺から3をひく。 (2) 等式の性質④より、両辺を-8でわる。

$$x+3=5$$

$$-8x=32$$

$$x+3-3=5-3$$

$$\frac{-8x}{-8} = \frac{32}{-8}$$

$$x=2$$

答 $x=2$

$$x=-4$$

答 $x=-4$

問題 2

等式の性質を使って、次の方程式を解きなさい。

(1) $x-5=2$

(2) $x+6=14$

(3) $4+x=9$

(4) $7x=21$

(5) $-5x=20$

(6) $-6x=-12$

(7) $-x=8$

(8) $6x=3$

(9) $10=2x$

(10) $\frac{x}{3}=6$

(11) $-\frac{1}{5}x=4$

(12) $\frac{3}{4}x=-12$

移項

等式の一方の辺にある項は、その項の符号を変えて他方の辺に移すことができる。このことを移項という。

$$\begin{array}{ccc} x(-5) + 3x + 7 & & \\ \text{(左辺)} & \begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array} & \text{(右辺)} \\ x - 3x + 7 + 5 & & \end{array}$$

例題 3

次の方程式を解きなさい。

(1) $3x+4=10$

(2) $2x-15=4x-3$

解き方 文字をふくむ項は左辺に、数の項は右辺に移項する。

$$\begin{array}{l} (1) \quad 3x+4=10 \\ \quad \quad 3x=10-4 \\ \quad \quad 3x=6 \\ \quad \quad x=2 \end{array} \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} +4 \text{ を移項} \\ \text{整理する} \end{array} \right\} \\ \text{両辺を } 3 \text{ でわる} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} (2) \quad 2x-15=4x-3 \\ \quad \quad 2x-4x=-3+15 \\ \quad \quad -2x=12 \\ \quad \quad x=-6 \end{array} \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} -15 \text{ と } 4x \text{ を移項} \\ \text{整理する} \end{array} \right\} \\ \text{両辺を } -2 \text{ でわる} \end{array} \right\}$$

答 $x=2$

答 $x=-6$

参考

ゆとりがあれば、検算を行うとよい。例えば、(2)では、
(左辺) $= 2 \times (-6) - 15 = -27$ (右辺) $= 4 \times (-6) - 3 = -27$ よって、(左辺) = (右辺)

問題 3 次の方程式を解きなさい。

□(1) $4x-3=9$

□(2) $2-3x=17$

□(3) $3x=5x+6$

□(4) $6x=7x-3$

□(5) $x+12=4x$

□(6) $8x-10=3x$

□(7) $2x-5=3x+1$

□(8) $4x+1=7x-8$

□(9) $3-x=5x+27$

□(10) $5x-3=15+4x$

解が与えられた方程式

解が与えられた方程式では、解を方程式に代入し、方程式を残された文字についての方程式とみなして、その方程式を解けばよい。

例題 4

x についての方程式 $2x-1=5x+4a$ の解が -3 のとき、 a の値を求めなさい。

解き方 $x=-3$ を方程式の x に代入し、代入した式を a についての方程式とみなして解く。

$$\begin{array}{l} 2 \times (-3) - 1 = 5 \times (-3) + 4a \quad \leftarrow x = -3 \text{ を代入する} \\ -7 = -15 + 4a \quad \leftarrow a \text{ についての方程式とみる} \\ -4a = -15 + 7 \quad \leftarrow -7 \text{ と } 4a \text{ を移項する} \\ -4a = -8 \quad \text{よって、} a = 2 \end{array}$$

答 $a=2$

問題 4 次の問いに答えなさい。

□(1) x についての方程式 $4x+a=7-2x$ の解が 2 のとき、 a の値を求めなさい。

□(2) x についての方程式 $5x-10=6x-3a$ の解が -1 のとき、 a の値を求めなさい。