

11

2次方程式の解き方(因数分解)

因数分解を利用した解き方

2次方程式の右辺が0で左辺が因数分解できるときは、「 $A \times B = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ 」を利用して、2次方程式を解くことができる。

例題 1

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-4)(x+3) = 0$

(2) $x(2x+1) = 0$

解き方 (1) この方程式より、 $x-4$ と $x+3$ をかけて0になるから、少なくとも一方の式は0でなければならない。よって、 $x-4=0$ または $x+3=0$

$x-4=0$ のとき、 $x=4$ $x+3=0$ のとき、 $x=-3$

$x=4$ も $x=-3$ も方程式を成り立たせるから、解は、 $x=4, -3$ **答** $x=4, -3$

(2) $x=0$ または $2x+1=0$ となる。 $2x+1=0$ のとき、 $2x=-1 \rightarrow x=-\frac{1}{2}$ **答** $x=0, -\frac{1}{2}$

問題 1 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+2)(x-5) = 0$

(2) $(x-1)(3x-2) = 0$

(3) $x(x-4) = 0$

例題 2

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+7x+10=0$

(2) $x^2+2x-3=0$

解き方 右辺が0であることを確認して、左辺を因数分解する。

(1) 左辺を因数分解して、 $(x+2)(x+5) = 0$ (2) 左辺を因数分解して、 $(x+3)(x-1) = 0$

$x+2=0$ または $x+5=0$

$x+3=0$ または $x-1=0$

$x=-2, -5$ **答** $x=-2, -5$

$x=-3, 1$ **答** $x=-3, 1$

問題 2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+4x+3=0$

(2) $x^2+5x+6=0$

(3) $x^2-9x+8=0$

(4) $x^2+2x-15=0$

(5) $x^2+3x-4=0$

(6) $x^2+x-2=0$

(7) $x^2-4x-21=0$

(8) $x^2-5x-6=0$

(9) $x^2-x-20=0$

例題 3

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+4x=0$

(2) $x^2-10x+25=0$

解き方 (1) 左辺を因数分解して、 $x(x+4) = 0$ (2) 左辺を因数分解して、 $(x-5)^2 = 0$

$x=0$ または $x+4=0$

$x-5=0$

$x=0, -4$ **答** $x=0, -4$

$x=5$ **答** $x=5$

問題 3 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+3x=0$

(2) $x^2-7x=0$

(3) $x^2+x=0$

(4) $2x^2-x=0$

(5) $x^2+6x+9=0$

(6) $x^2+12x+36=0$

(7) $x^2-2x+1=0$

(8) $x^2-4x+4=0$

(9) $x^2-18x+81=0$

いろいろな2次方程式の解き方

複雑な形の2次方程式は、まず $ax^2+bx+c=0$ の形に整理し、左辺の因数分解を考えてみる。

例題 4

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $3x^2=6x+24$

(2) $(x-2)(x-4)=8$

解き方

(1) 移項して、 $3x^2-6x-24=0$

(2) 左辺を展開して、 $x^2-6x+8=8$

両辺を3でわって、 $x^2-2x-8=0$

移項して整理すると、 $x^2-6x=0$

左辺を因数分解して、 $(x-4)(x+2)=0$

左辺を因数分解して、 $x(x-6)=0$

$x-4=0$ または $x+2=0$

$x=0$ または $x-6=0$

$x=4, -2$

答 $x=4, -2$

$x=0, 6$

答 $x=0, 6$

問題 4 次の方程式を解きなさい。

(1) $2x^2-10x+8=0$

(2) $x^2-18=7x$

(3) $(x+2)(x+3)=12$

(4) $x(x+3)=2x+42$

解が与えられた2次方程式

2次方程式の解が与えられた問題では、与えられた解を2次方程式に代入し、求める文字についての方程式をつくれればよい。

例題 5

2次方程式 $x^2-ax-4a=0$ の1つの解が -2 のとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 他の解を求めなさい。

解き方

(1) $x^2-ax-4a=0$ に $x=-2$ を代入して、 a についての方程式をつくると、

$(-2)^2-a \times (-2)-4a=0 \rightarrow 4+2a-4a=0 \rightarrow a=2$

答 $a=2$

(2) $a=2$ を $x^2-ax-4a=0$ に代入して、 $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$ より $x=-2, 4$ となり、 -2 は与えられた解で、他の解は、4

答 $x=4$

問題 5 次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2+ax-15=0$ の1つの解が5のとき、次の①、②に答えなさい。

① a の値を求めなさい。

② 他の解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が3と -2 のとき、次の①、②に答えなさい。

① a, b について連立方程式をつくりなさい。 ② a, b の値を求めなさい。