

# 14

## 比例

### 変数, 変域, 関数

▶ 1本80円の鉛筆  $x$  本の代金を  $y$  円とすると,  $x$  と  $y$  の関係は  $y = 80x$  という式で表され,  $x$  の値が 1, 2, 3, ... と変化するにつれ,  $y$  の値も 80, 160, 240, ... と変化する。このときの  $x$  や  $y$  のように, いろいろな値をとる文字を変数という。また, 80 のように, 決まった数やそれを表す文字を定数という。

▶ 変数にとる値の範囲を, その変数の変域という。

▶ 2つの不等式をまとめて例のように表す。(数直線上の●はその点をふくみ, ○はその点をふくまない。)

例  $0 \leq x \leq 3$

( $x$  は 0 以上 3 以下)



$-4 \leq x < 7$

( $x$  は -4 以上 7 未満)



▶ ともなって変わる 2 つの変数  $x, y$  があって,  $x$  の値を決めるとそれに対応する  $y$  の値がただ 1 つ決まる時,  $y$  は  $x$  の関数であるという。

#### 例題 1

30 L 入る水そうに毎分 5 L の割合で水を入れる。水を入れ始めてから  $x$  分後の水そうの中の水の量を  $y$  L とするとき,  $x$  の変域と  $y$  の変域を不等号を使って表しなさい。

**解き方** 入れ始める前の時間は考えないから,  $x \geq 0$ 。水そうがいっぱいになるのは,  $30 \div 5 = 6$  より, 6 分後だから,  $x \leq 6$ 。この 2 つの不等式をまとめて,  $0 \leq x \leq 6$   
 $y$  は水の量だから,  $y \geq 0$ 。水そうの容積は 30 L だから,  $y \leq 30$ 。まとめて,  $0 \leq y \leq 30$

**答**  $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 30$

**問題 1** 深さ 80 cm の風呂に, 水面が毎分 4 cm の割合で高くなるように水を入れていく。水を入れ始めてから  $x$  分後の水面の高さを  $y$  cm とするとき,  $x$  の変域と  $y$  の変域を求めなさい。

#### 例題 2

縦が 5 cm, 横が  $x$  cm の長方形の周りの長さを  $y$  cm とするとき, 次の問いに答えなさい。

- (1)  $y$  は  $x$  の関数といえるかどうか答えなさい。
- (2)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

**解き方** (1)  $x$  の値を決めるとそれに対応する  $y$  の値がただ 1 つに決まるかどうかで判断する。  
 例えば  $x = 7$  とすると,  $y$  は縦が 5 で横が 7 の長方形の周りの長さだから,  $y = (5 + 7) \times 2 = 24$  となり, ただ 1 つに決まる。よって,  $y$  は  $x$  の関数である。

**答** 関数といえる。

(2)  $y = (5 + x) \times 2 = 2x + 10$

**答**  $y = 2x + 10$

**問題 2** 長さ 18 cm のろうそくがあり, 火をつけると 1 時間に 3 cm ずつ短くなるという。このろうそくに火をつけてから  $x$  時間後のろうそくの長さを  $y$  cm とするとき, 次の問いに答えなさい。

□(1)  $y$  は  $x$  の関数といえるかどうか答えなさい。

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$y$							

□(2)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

□(3) 右の表を完成しなさい。

□(4) ろうそくの燃えた長さは残った長さの関数といえるかどうか答えなさい。

## 比例

ともなって変わる変数  $x$ ,  $y$  があり, その間の関係が,  $y = ax$  ( $a$  は定数) で表されるとき,  $y$  は  $x$  に比例するという。また, 定数  $a$  を比例定数という。

### 例題 3

次の(1), (2)について,  $y$  が  $x$  に比例することを示しなさい。また, 比例定数を求めなさい。

- (1) 1個120円のりんごを  $x$  個買ったときの代金を  $y$  円とする。
- (2) 1辺の長さが  $x$  cm の正方形の周りの長さを  $y$  cm とする。

**解き方**  $x$  と  $y$  の関係を式で表すと,  $y = ax$  の形になることを示せばよい。比例定数は,  $y = ax$  の  $a$  の値を答える。

- (1) (代金) = (単価) × (個数)
- (2) (正方形の周りの長さ) = (1辺の長さ) × 4

**答** (1)  $y = 120x$  と表せ,  $y = ax$  の形になるから,  $y$  は  $x$  に比例する。比例定数…120  
(2)  $y = 4x$  と表せ,  $y = ax$  の形になるから,  $y$  は  $x$  に比例する。比例定数…4

**問題 3** 次の(1)~(3)について,  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。また, 比例定数を求めなさい。

- (1) 縦8cm, 横  $x$  cm の長方形の面積を  $y$  cm<sup>2</sup> とする。
  
- (2) 1mの重さが20gの針金  $x$  mの重さを  $y$  g とする。
  
- (3) 毎時40kmの速さで  $x$  時間進んだときの道のりを  $y$  km とする。

## 比例の性質

$y$  が  $x$  に比例する関係  $y = ax$  では, 次のことがいえる。

- ①  $x$  の値を2倍, 3倍, 4倍, …すると,  $y$  の値も2倍, 3倍, 4倍, …となる。
- ② 対応する  $x$  と  $y$  の値の商  $\frac{y}{x}$  は一定である。つまり,  $x$  と  $y$  の関係は,  $\frac{y}{x} = a$  とも表される。

### 例題 4

$y = 2x$  について, 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の表の  $x$  のそれぞれの値に対応する  $y$  の値を求めなさい。

$x$	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y$	…										…

- (2)  $x$  の値が2倍, 3倍, 4倍となると,  $y$  の値はどうなりますか。

**解き方** (1)  $y = 2x$  に,  $x = -4, -3, -2, …$  をそれぞれ代入して,  $y$  の値を求める。  
(2) 表を利用して調べる。

**答** (1) 順に -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8 (2) 2倍, 3倍, 4倍となる。

**問題 4**  $y = -4x$  について, 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の表の空らんをうめなさい。

$x$	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y$	…										…

- (2)  $x$  の値が2倍, 3倍, 4倍となると,  $y$  の値はどうなりますか。

- (3) 対応する  $x$  と  $y$  の値の商  $\frac{y}{x}$  がいくらになるか求めなさい。