

1 次関数

▶ y が x の関数で、 y が x の 1 次式で表されるとき、 y は x の 1 次関数であるという。すなわち、1 次関数は、一般に右のように表される。 $y = ax + b$ (a, b は定数, $a \neq 0$)

▶ 1 次関数 $y = ax + b$ で、定数 b が 0 のときは $y = ax$ となり、 y は x に比例する。すなわち、比例は 1 次関数の特別な場合である。また、 b が 0 でないときは、1 次関数 $y = ax + b$ は、 x に比例する部分 ax と定数 b との和の形になっている。

例題 1

次のことからについて、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x の 1 次関数かどうか答えなさい。

- (1) 水が 5 L 入っている水そうに毎分 2 L の割合で水を入れるとき、水を入れ始めてから x 分後の水そうの中に入っている水の量を y L とする。
- (2) 1 辺の長さが x cm の正方形の周りの長さを y cm とする。
- (3) 1 辺の長さが x cm の立方体の体積を y cm³ とする。

解き方

(1) 水を入れ始めてから x 分後までに増えた水の量は $2x$ L だから、全体の水の量は $(5 + 2x)$ L になる。

答 $y = 2x + 5$, 1 次関数である。

(2) 周りの長さ = (1 辺) $\times$ 4 より、 $y = x \times 4 = 4x$

答 $y = 4x$, 1 次関数である。

(3) 体積 = (1 辺) $\times$ (1 辺) $\times$ (1 辺) より、 $y = x \times x \times x = x^3$

答 $y = x^3$, 1 次関数ではない。

問題 1 次のことからについて、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x の 1 次関数であるものには○印、そうでないものには×印をつけなさい。

□(1) 1 個 150 円のりんごを x 個買って、100 円のかごに入れてもらったときの代金を y 円とする。

□(2) 12 km の道のりを時速 x km で進んだときにかかる時間を y 時間とする。

□(3) 火をつけると 1 分間に 0.2 cm ずつ短くなる長さが 12 cm のローソクがある。このローソクに火をつけてから x 分後のローソクの長さを y cm とする。

□(4) x L のジュースを 5 人で等分するとき、1 人あたりのジュースの量を y L とする。

□(5) 2 km の道のりを毎分 80 m の速さで x 分進んだときの残りの道のりを y m とする。

1 次関数の値の変化

▶ x の増加量に対する y の増加量の割合を変化の割合という。すなわち、変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$

▶ 1 次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$ (一定)

また、このことから、1 次関数 $y = ax + b$ では、 $(y \text{ の増加量}) = a \times (x \text{ の増加量})$ が成り立つ。

▶ 変化の割合は、 x が 1 だけ増加したときの y の増加量を表している。

例題 2

$y = 3x + 2$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 右の表の空らんを埋めなさい。
 (2) x の値が 1 ずつ増加するときの y の増加量を求めなさい。
 (3) x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。
 (4) x の値が 6 増加するときの y の増加量を求めなさい。

x	-1	0	1	2	3
y					

解き方 (1) $x = -1$ のとき、 $y = 3 \times (-1) + 2 = -1$

以下、同様に x の値を $y = 3x + 2$ に代入する。

答

x	-1	0	1	2	3
y	-1	2	5	8	11

- (2) (1)の表より、 y の値は 3 ずつ増加していることがわかる。

答 3

- (3) x の増加量は、 $3 - 1 = 2$

(1)の表より、 $x = 1$ のとき $y = 5$ 、 $x = 3$ のとき $y = 11$ だから、 y の増加量は、 $11 - 5 = 6$

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{6}{2} = 3$$

答 3

別解 $y = ax + b$ の変化の割合は a だから、 $y = 3x + 2$ の変化の割合は 3

- (4) (y の増加量) $= a \times (x \text{ の増加量}) = 3 \times 6 = 18$

答 18

問題 2 1 次関数 $y = -2x - 3$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 右の表の空らんを埋めなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

- (2) x の値が 1 ずつ増加するときの y の増加量を求めなさい。

- (3) x の値が次のように増加するとき、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ を計算しなさい。

□① 1 から 3 まで

□② -2 から 1 まで

□③ 3 から 6 まで

□④ -6 から -4 まで

問題 3 $y = 4x - 5$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 変化の割合を求めなさい。

- (2) x の増加量が 3 のときの y の増加量を求めなさい。

問題 4 次の 1 次関数の変化の割合を求めなさい。

□(1) $y = -x - 3$

□(2) $y = \frac{2}{3}x + 1$

□(3) $y = -\frac{4}{5}x$

問題 5 次の 1 次関数について、 x の増加量が 4 のときの y の増加量を求めなさい。

□(1) $y = 2x - 1$

□(2) $y = -x + 5$

□(3) $y = \frac{3}{4}x - 7$