13 関数 $y=ax^2$

2乗に比例する関数

y が x の関数で，x と y の間に $\boldsymbol{y=ax^2}$（a は 0 でない定数）の関係が成り立つとき，$\boldsymbol{y}$ は $\boldsymbol{x}$ の２乗に比例するといい，a を比例定数という。

y が x の２乗に比例するとき，x の値が n 倍になると，対応する y の値は n^2 倍になる。

例題 1

次の(1)，(2)について，y を x の式で表し，比例定数をいいなさい。

(1) 1辺の長さが x cm の立方体の表面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とする。

(2) 半径が x cm の円の面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とする。

解き方 (1) 立方体には６つの正方形の面があるから，$y=x^2\times6$　**答** $y=6x^2$，比例定数…6

(2) 円の面積＝(円周率)×(半径)^2 より，$y=\pi\times x^2$　**答** $y=\pi x^2$，比例定数…π

問題 1 縦 x cm，横 $3x$ cm の長方形の面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とするとき，次の問いに答えなさい。

□(1) y を x の式で表しなさい。また，比例定数をいいなさい。

□(2) 右の表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

□(3) 表の下の①～③にあてはまる数を求めなさい。

4倍　3倍　2倍

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

①倍　③倍　②倍

$y=ax^2$ の決定

y が x の２乗に比例するとき，１組の x，y の値がわかれば，これを $y=ax^2$ に代入して，比例定数 a の値を求めることができる。

例題 2

y は x の２乗に比例し，$x=2$ のとき $y=12$ である。次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x=-4$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $y=75$ となる x の値を求めなさい。

解き方 (1) y は x の２乗に比例するから，求める式を $y=ax^2$ とおく。これに，$x=2$，$y=12$ を代入して，$12=a\times2^2 \rightarrow 4a=12 \rightarrow a=3$。　よって，$y=3x^2$　**答** $y=3x^2$

(2) (1)で求めた $y=3x^2$ に $x=-4$ を代入して，$y=3\times(-4)^2=48$　**答** $y=48$

(3) (1)で求めた $y=3x^2$ に $y=75$ を代入して，$75=3x^2 \rightarrow x^2=25 \rightarrow x=\pm5$　**答** $x=\pm5$

問題 2 次の問いに答えなさい。

(1) y は x の２乗に比例し，$x=-3$ のとき $y=18$ である。次の①，②に答えなさい。

□① y を x の式で表しなさい。

□② $x=2$ のときの y の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ において，$x=4$ のとき $y=-16$ である。次の①～③に答えなさい。

□① a の値を求めなさい。

□② $x=-5$ のときの y の値を求めなさい。

□③ $y=-9$ となる x の値を求めなさい。

$y=ax^2$ のグラフ

▶$y=ax^2$ のグラフは曲線であり，その曲線のことを**放物線**という。

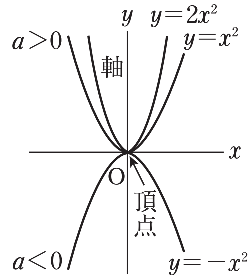
▶**$y=ax^2$ のグラフの特徴**

① 原点を通る放物線で，y 軸について対称である。
（放物線の**頂点**は原点で，放物線の**軸**は y 軸である。）

② $a>0$ のときは上に開いた形になり，$a<0$ のときは下に開いた形になる。

③ a の絶対値が大きくなるにつれて，グラフの開き方は小さくなる。

④ $y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフは x 軸について対称である。



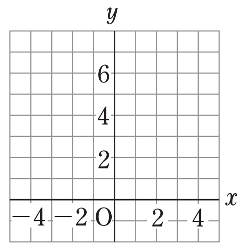
例題 3

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 右の表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…										…

(2) 下の図にグラフをかきなさい。

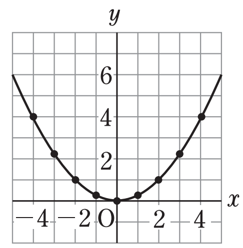


解き方 (1) x の値を順に代入する。

答 順に，4，$\frac{9}{4}$，1，$\frac{1}{4}$，0，$\frac{1}{4}$，1，$\frac{9}{4}$，4

(2) (1)の表から点をいくつかとり，間をなめらかな曲線（放物線）で結ぶ。

答 右図



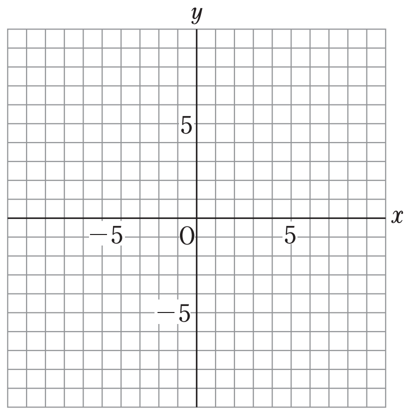
問題 3 次の問いに答えなさい。

□(1) 関数 $y=x^2$ について，下の表をうめなさい。また，$y=x^2$ のグラフを右の図にかきなさい。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…								…

(2) 次の関数のグラフを右の図にかきなさい。

□① $y=\frac{1}{2}x^2$　　□② $y=-x^2$　　□③ $y=-\frac{1}{2}x^2$



例題 4

関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(3,\ -18)$ を通るとき，a の値を求めなさい。

解き方 グラフが点 $(3,\ -18)$ を通るから，$x=3$ のとき $y=-18$ である。これを $y=ax^2$ に代入して，
$-18=a\times3^2$，　$9a=-18$，　$a=-2$　　**答** $a=-2$

問題 4 次の問いに答えなさい。

□(1) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(2,\ 8)$ を通るとき，a の値を求めなさい。

□(2) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(-3,\ 6)$ を通るとき，a の値を求めなさい。

□(3) 右の図は関数 $y=ax^2$ のグラフである。a の値を求めなさい。