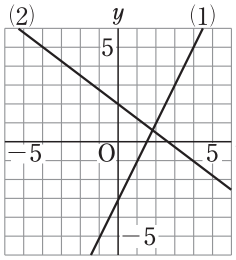
10 1次関数の求め方

直線のグラフと式

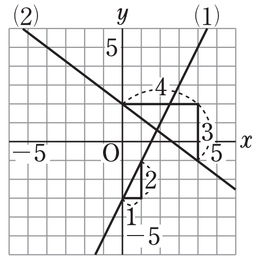
直線のグラフからその直線の式を求めるには，与えられた直線のグラフから傾き a と切片 b を読みとり，それを $y=ax+b$ にあてはめればよい。

例題 1

下の図の直線(1)，(2)の式を求めなさい。



解き方 (1) y 軸上の点 $(0,\ -3)$ を通っているから，切片は -3。
右に1，上に2行くから，
傾きは $\frac{2}{1}=2$ **答** $y=2x-3$



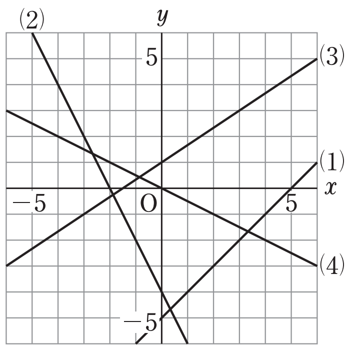
(2) y 軸上の点 $(0,\ 2)$ を通っているから，切片は2。右に4，下に3行くから，傾きは $\frac{-3}{4}=-\frac{3}{4}$

答 $y=-\frac{3}{4}x+2$

問題 1 右の図の(1)〜(4)の直線の式を求めなさい。

□(1)　□(2)

□(3)　□(4)



1次関数の求め方(傾きと切片)

傾き(変化の割合)と通る1点の座標(1組の x，y の値)が与えられたときは，$y=ax+b$ の a に傾き，x，y に通る点の x 座標，y 座標をそれぞれ代入して，b の値を求める。

例題 2

傾きが4で，点 $(-3,\ 2)$ を通る直線の式を求めなさい。

解き方 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。傾きが4だから，$a=4$ より，$y=4x+b$
点 $(-3,\ 2)$ を通るから，$x=-3$ のとき $y=2$
よって，$y=4x+b$ に $x=-3$，$y=2$ を代入して，$2=4\times(-3)+b$，$b=14$
求める直線の式は，$y=4x+b$ に $b=14$ を代入して，$y=4x+14$ **答** $y=4x+14$

参考 この問題は，「変化の割合が4で，$x=-3$ のとき $y=2$ となる1次関数を求める」問題と同じなので，「　」の問題も，この例題と同様にして解く。

問題 2 次の直線の式を求めなさい。

□(1) 傾きが2で，点 $(3,\ 4)$ を通る直線　□(2) 傾きが -5 で，点 $(1,\ -2)$ を通る直線

□(3) 傾きが -3 で，点 $(-2,\ 1)$ を通る直線　□(4) 傾きが4で，点 $(-3,\ 0)$ を通る直線

□(5) 傾きが -1 で，点 $(0,\ 5)$ を通る直線　□(6) 傾きが $\frac{3}{2}$ で，点 $(-4,\ 2)$ を通る直線

問題 3　次の条件を満たす１次関数を求めなさい。

□(1)　変化の割合が -5 で，$x=4$ のとき $y=20$ となる１次関数

□(2)　変化の割合が１で，$x=-5$ のとき $y=-7$ となる１次関数

□(3)　変化の割合が $-\dfrac{2}{3}$ で，$x=6$ のとき $y=-2$ となる１次関数

１次関数の求め方（通る２点）

通る２点の座標（２組の x，y の値）が与えられた直線の式の求め方は，次の(1)，(2)の２通りある。

(1)　連立方程式による方法

$y=ax+b$ に２点の x 座標，y 座標をそれぞれ代入して a，b についての２元１次方程式を２つつくり，それを連立方程式にして解いて，a，b の値を求める。

(2)　傾きを求める方法

２点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の傾きは $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ であることより傾き a を求め，あとは例題２と同様にして b の値を求める。

例題 3

次の問いに答えなさい。

(1)　２点 $(3,\ 2)$，$(6,\ -1)$ を通る直線の式を，連立方程式による方法で求めなさい。

(2)　２点 $(1,\ -2)$，$(5,\ 6)$ を通る直線の式を，傾きを求める方法で求めなさい。

解き方　(1)　求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

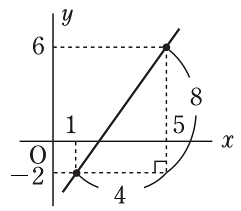
直線が点 $(3,\ 2)$ を通るから，$y=ax+b$ に $x=3$，$y=2$ を代入して，$2=3a+b$ ……①

同様に，直線が点 $(6,\ -1)$ を通るから，$-1=6a+b$ ……②

①，②を連立方程式にして解くと，$a=-1$，$b=5$

これを $y=ax+b$ に代入して，求める式は，$y=-x+5$　　**答**　$y=-x+5$

(2)　求める直線の傾きは，$\dfrac{6-(-2)}{5-1}=\dfrac{8}{4}=2$



よって，求める直線の式を $y=2x+b$ とおく。

直線が点 $(5,\ 6)$ を通るから，$6=2\times5+b$，$b=-4$

したがって，求める式は，$y=2x-4$　　**答**　$y=2x-4$

参考　(1)は「$x=3$ のとき $y=2$，$x=6$ のとき $y=-1$ となる１次関数を求める」問題，(2)は「$x=1$ のとき $y=-2$，$x=5$ のとき $y=6$ となる１次関数を求める」問題と同じである。

問題 4　次の２点を通る直線の式を求めなさい。

□(1)　$(3,\ 1)$，$(6,\ 4)$　　□(2)　$(2,\ -3)$，$(-1,\ 6)$

□(3)　$(-4,\ 5)$，$(-2,\ 1)$　　□(4)　$(-1,\ -2)$，$(2,\ 4)$

□(5)　$(8,\ 5)$，$(2,\ 2)$　　□(6)　$(-3,\ 1)$，$(6,\ -5)$

□(7)　$(4,\ 0)$，$(0,\ 4)$　　□(8)　$(-2,\ 0)$，$(0,\ 6)$

問題 5　次の2点を通る直線の傾きを求めなさい。

□(1)　(2, 3), (5, -6)　　□(2)　(-6, -5), (2, -1)

問題 6　次の条件をみたす1次関数を求めなさい。

□(1)　$x=-2$ のとき $y=4$, $x=3$ のとき $y=14$

□(2)　$x=2$ のとき $y=2$, $x=6$ のとき $y=-4$

□(3)　$x=0$ のとき $y=8$, $x=4$ のとき $y=0$

1次関数の求め方（切片，平行）

▶直線の切片と通る1点が与えられたときは，$y=ax+b$ の b に切片，x, y に与えられた点の x 座標，y 座標をそれぞれ代入して，a の値を求める。

▶平行な直線の式を求めるには，平行な2直線の傾きが等しいことから，求める直線 $y=ax+b$ の a に与えられた直線の傾きを代入する。

例題 4

次の問いに答えなさい。

(1)　切片が2で，点(3, 5)を通る直線の式を求めなさい。

(2)　直線 $y=-3x+6$ に平行で，点(-4, 3)を通る直線の式を求めなさい。

(3)　直線 $y=2x-1$ に平行で，直線 $y=-3x-5$ と y 軸上で交わる直線の式を求めなさい。

解き方　(1)　切片が2だから，求める直線の式を $y=ax+2$ とおく。

この式に $x=3$, $y=5$ を代入して，$5=3a+2$, $a=1$　　**答**　$y=x+2$

(2)　$y=-3x+6$ に平行だから，求める直線の傾きは，$y=-3x+6$ の傾き -3 に等しい。

よって，求める直線の式を $y=-3x+b$ とおく。

この式に $x=-4$, $y=3$ を代入して，$3=-3\times(-4)+b$,　$b=-9$　　**答**　$y=-3x-9$

(3)　$y=2x-1$ に平行だから，求める直線の傾きは，$y=2x-1$ の傾き2に等しい。

$y=-3x-5$ と y 軸上で交わるから，求める直線の切片は，$y=-3x-5$ の切片 -5 に等しい。

よって，傾き2，切片 -5 の直線だから，$y=2x-5$　　**答**　$y=2x-5$

問題 7　次の直線の式を求めなさい。

□(1)　切片が -4 で，点(-3, 5)を通る直線　　□(2)　切片が7で，点(4, -1)を通る直線

□(3)　点(2, 3)を通り，直線 $y=2x+1$ と y 軸上で交わる直線

□(4)　直線 $y=3x-5$ に平行で，点(1, -6)を通る直線

□(5)　直線 $y=-2x-7$ に平行で，点(-2, 5)を通る直線

□(6)　切片が5で，直線 $y=-4x+8$ と平行な直線

□(7)　直線 $y=-x+3$ に平行で，直線 $y=3x-4$ と y 軸上で交わる直線