

# 17

## 反比例とそのグラフ

### 反比例

ともなって変わる変数  $x$ ,  $y$  があり, その間の関係が,  $y = \frac{a}{x}$  ( $a$  は定数) で表されるとき,  $y$  は  $x$  に反比例するという。また, 定数  $a$  を比例定数という。

#### 例題 1

面積が  $30 \text{ cm}^2$  の長方形の縦を  $x \text{ cm}$ , 横を  $y \text{ cm}$  とするとき,  $y$  が  $x$  に反比例することを示しなさい。また, 比例定数をいいなさい。

**解き方**  $x$  と  $y$  の関係を式で表して,  $y = \frac{a}{x}$  の形になっていることを示せばよい。比例定数は  $y = \frac{a}{x}$  の  $a$  の値を答える。(長方形の面積) = (縦) × (横) より式をつくる。

**答**  $xy = 30$  より  $y = \frac{30}{x}$  と表せ,  $y = \frac{a}{x}$  の形になるから,  $y$  は  $x$  に反比例する。比例定数…30

**問題 1** 容積が  $100 \text{ L}$  の水そうに毎分  $x \text{ L}$  の割合で水を入れるとき, 満水になるまでにかかる時間を  $y$  分□とする。このとき,  $y$  が  $x$  に反比例することを示しなさい。また, 比例定数をいいなさい。

### 反比例の性質

$y$  が  $x$  に反比例する関係  $y = \frac{a}{x}$  では, 次のことがいえる。

- ①  $x$  の値を 2 倍, 3 倍, 4 倍, ……すると,  $y$  の値は  $\frac{1}{2}$  倍,  $\frac{1}{3}$  倍,  $\frac{1}{4}$  倍, ……となる。
- ② 対応する  $x$  と  $y$  の値の積  $xy$  は一定である。つまり,  $x$  と  $y$  の関係は,  $xy = a$  とも表される。

#### 例題 2

$y = \frac{12}{x}$  について, 次の問いに答えなさい。

(1) 右の表の  $x$  のそれぞれの値に対応する  $y$  の値を求めなさい。

$x$	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y$	…					X					…

(2)  $x$  の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍となると,  $y$  の値はどうなりますか。

**解き方** (1)  $y = \frac{12}{x}$  に,  $x = -4, -3, -2, \dots$  をそれぞれ代入して,  $y$  の値を求める。

(2) 表を利用して調べる。

**答** (1) 順に,  $-3, -4, -6, -12, 12, 6, 4, 3$  (2)  $\frac{1}{2}$  倍,  $\frac{1}{3}$  倍,  $\frac{1}{4}$  倍になる

**問題 2**  $y = -\frac{6}{x}$  について, 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の表をうめなさい。

$x$	…	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6	…
$y$	…					X					…

□(2) 対応する  $x$  と  $y$  の値の積  $xy$  はいくらになるか求めなさい。

## 反比例の式の求め方

$y$  が  $x$  に反比例するとき、1組の  $x$ ,  $y$  の値がわかれば、これを  $y = \frac{a}{x}$  (または  $xy = a$ ) に代入して、比例定数  $a$  の値を求めることができる。

### 例題 3

$y$  は  $x$  に反比例し、 $x = 3$  のとき  $y = -6$  である。次の問いに答えなさい。

- (1)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- (2)  $x = -2$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

**解き方** (1)  $y$  は  $x$  に反比例するから、 $y = \frac{a}{x}$  とおき、これに  $x = 3$ ,  $y = -6$  を代入する。

$$-6 = \frac{a}{3} \text{ より, } a = -18 \text{ したがって, } y = -\frac{18}{x} \quad \text{答 } y = -\frac{18}{x}$$

$$(2) y = -\frac{18}{x} \text{ に } x = -2 \text{ を代入して, } y = -\frac{18}{-2} = 9 \quad \text{答 } y = 9$$

**問題 3**  $y$  は  $x$  に反比例し、 $x = 5$  のとき  $y = 2$  である。次の問いに答えなさい。

□(1)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

□(2)  $x = -2$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

**問題 4** 次の問いに答えなさい。

□(1)  $y$  は  $x$  に反比例し、 $x = 2$  のとき  $y = 4$  である。比例定数を求めなさい。

□(2)  $y$  は  $x$  に反比例し、 $x = -3$  のとき  $y = 5$  である。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

□(3)  $y$  は  $x$  に反比例し、 $x = -4$  のとき  $y = -6$  である。 $x = 2$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

### 例題 4

歯数 20 で毎秒 3 回転している歯車 A に歯数  $x$  の歯車 B がかみ合っている。歯車 B の回転数を毎秒  $y$  回転とすると、次の問いに答えなさい。

- (1)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- (2) 歯車 B の回転数を毎秒 5 回転にするには、歯車 B の歯数をいくらにすればよいですか。

**解き方** (1) A の歯数と 1 秒間の回転数の積は、B の歯数と 1 秒間の回転数の積に等しいから、

$$20 \times 3 = x \times y, \text{ これより, } y = \frac{60}{x} \quad \text{答 } y = \frac{60}{x}$$

$$(2) y = 5 \text{ のときの } x \text{ の値を求めればよい。} 5 = \frac{60}{x}, x = 12 \quad \text{答 } 12$$

**問題 5** 毎分 6 L の割合で水を入れると 20 分で満水になる水そうがある。次の問いに答えなさい。

□(1) この水そうに 1 分間に  $x$  L の割合で水を入れると満水になるまでに  $y$  分かかるとするとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

□(2) この水そうに毎分 4 L の割合で水を入れるとき、満水になるのにかかる時間を求めなさい。