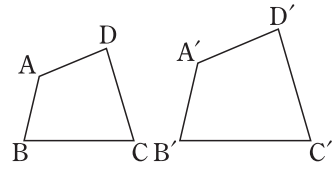


相似な図形

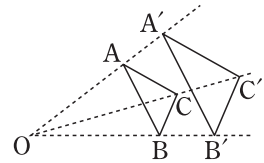
- ▶ 1つの図形を、形を変えずに一定の割合に拡大、または縮小して得られる図形は、もとの図形に相似であるという。

四角形 ABCD と四角形 A'B'C'D' が相似であることを、記号 $\sim$ を使って、四角形 ABCD $\sim$ 四角形 A'B'C'D' と書く。このとき、対応する頂点の名まえは、周にそって同じ順に書く。



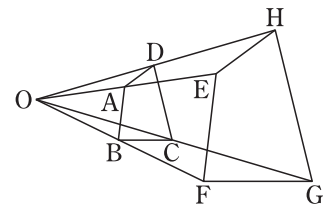
- ▶ 相似な図形の性質 ① 相似な図形では、対応する部分の長さの比はすべて等しい。
② 相似な図形では、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

- ▶ 相似の位置 右の図の $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ のように、2つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて1点 O に集まり、O から対応する点までの距離の比がすべて等しいとき ($OA : OA' = OB : OB' = OC : OC'$)、それらの図形は O を相似の中心として相似の位置にあるという。このとき、2つの図形は相似である。



例題 1

右の図は、四角形 ABCD と相似な四角形 EFGH を、 $OE = 2OA$, $OF = 2OB$, $OG = 2OC$, $OH = 2OD$ となるように、点 E, F, G, H をとってかいたものである。次の問いに答えなさい。



- (1) 2つの四角形が相似であることを記号 $\sim$ を使って表しなさい。
(2) $\angle ADC$ と大きさの等しい角をいいなさい。

解き方

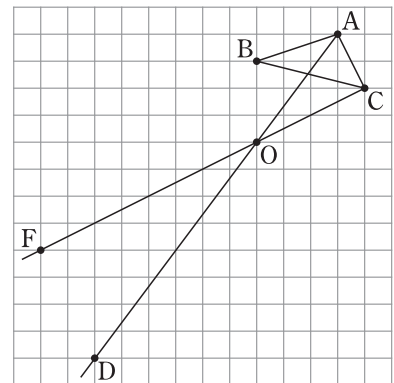
(1) 対応する頂点を周にそって同じ順に書く。A と E, B と F, C と G, D と H が対応する。

答 四角形 ABCD $\sim$ 四角形 EFGH

(2) 相似な図形の対応する角の大きさは等しい。 $\angle ADC$ に対応する角は、 $\angle EHG$ **答** $\angle EHG$

- 問題 1** 右の図は、 $\triangle ABC$ と相似の位置にある $\triangle DEF$ をかく途中の図である。次の問いに答えなさい。

- (1) 図を完成しなさい。
□(2) 相似の中心を答えなさい。
□(3) 2つの三角形が相似であることを記号 $\sim$ を使って表しなさい。
□(4) 辺 AB と対応する辺を答えなさい。



相似比

相似な図形の対応する部分の長さの比(または比の値)を相似比という。

- 復習** ▶ 比の値 比 $a : b$ において、 a を b でわった値 $\frac{a}{b}$ を、 $a : b$ の比の値という。

▶ 比の性質 ① $a : b = m : n$ ならば、 $an = bm$

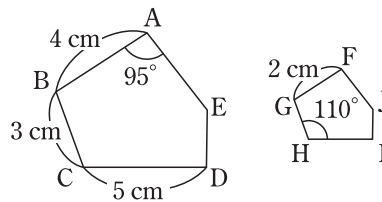
② $a : b = m : n$ ならば、 $a : m = b : n$

① $a : b = m : n$ ② $a : b = m : n$

例題 2

右の図で、五角形 $ABCDE \sim$ 五角形 $FGHIJ$ である。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 五角形 $ABCDE$ と五角形 $FGHIJ$ の相似比を求めなさい。
- (2) 辺 GH の長さを求めなさい。
- (3) $\angle C$, $\angle F$ の大きさを求めなさい。



解き方 (1) 対応する辺 AB と FG の長さの比より求める。 $AB : FG = 4 : 2 = 2 : 1$ **答** $2 : 1$

(2) 対応する辺の長さの比は等しいから、 $BC : GH = AB : FG$ 。よって、 $3 : GH = 4 : 2$
比の性質より、 $3 \times 2 = GH \times 4$, $4GH = 6$, $GH = 1.5$ **答** 1.5 cm

別解 (1)の相似比を利用して、 $3 : GH = 2 : 1$

(3) $\angle C$ に対応する角は $\angle H$, $\angle F$ に対応する角は $\angle A$ **答** $\angle C = 110^\circ$, $\angle F = 95^\circ$

問題 2 次の x の値を求めなさい。

□(1) $x : 8 = 5 : 4$

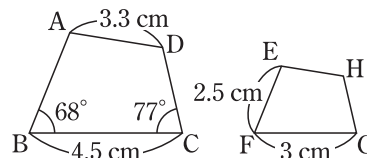
□(2) $6 : 15 = x : 5$

□(3) $4 : x = 6 : 7$

問題 3 下の図で、四角形 $ABCD \sim$ 四角形 $EFGH$ のとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ の相似比を求めなさい。

□(2) 辺 EH の長さと $\angle F$ の大きさをそれぞれ求めなさい。



三角形の相似条件

2つの三角形で、次の(1)~(3)のうち、どれか1つが成り立てば、その2つの三角形は相似である。

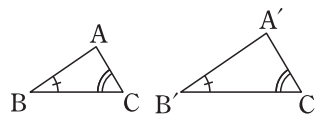
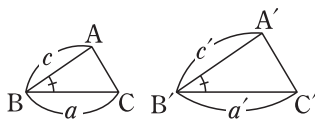
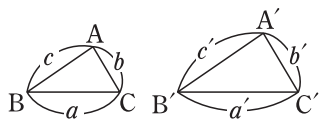
(1) 3組の辺の比がすべて等しい。 (2) 2組の辺の比とその間の角が (3) 2組の角がそれぞれ等しい。

$$a : a' = b : b' = c : c'$$

それぞれ等しい。

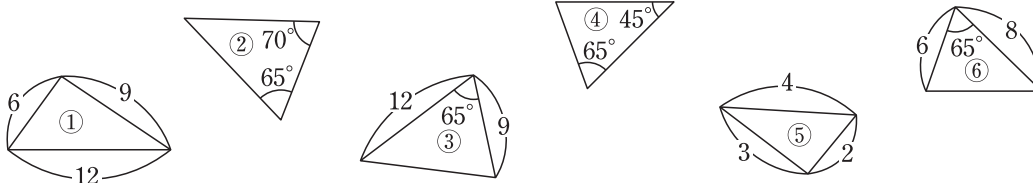
$$\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$$

$$a : a' = c : c', \angle B = \angle B'$$



例題 3

次の図の中から、相似な三角形の組を選び出し、そのときに使った相似条件をいいなさい。



解き方 ①と⑤は、 $6 : 2 = 9 : 3 = 12 : 4$ より、3組の辺の比が等しい。

②と④は、④の残りの角が $180^\circ - (45^\circ + 65^\circ) = 70^\circ$ であるから、2組の角がそれぞれ等しい。

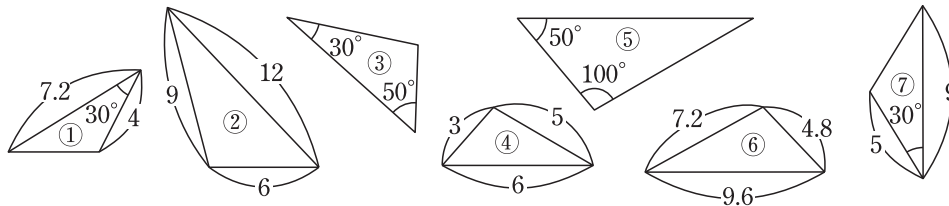
③と⑥は、 $9 : 6 = 12 : 8$ より、2組の辺の比が等しく、その間の角も 65° で等しい。

答 ①と⑤：3組の辺の比がすべて等しい。 ②と④：2組の角がそれぞれ等しい。

③と⑥：2組の辺の比と、その間の角がそれぞれ等しい。

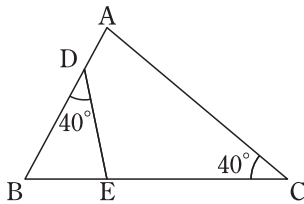
問題 4 次の図の中から、相似な三角形の組を選び出し、そのときに使った相似条件をいいなさい。

□

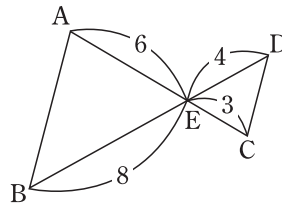


問題 5 下の図で、相似な三角形を記号 $\sim$ を使って表し、そのときに使った相似条件をいいなさい。

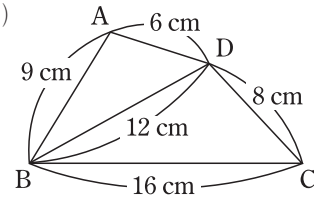
□(1)



□(2)



□(3)



例題 4

右の図のように、 $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC で、頂点 A から斜辺 BC に垂線 AH をひくとき、 $\triangle ABH \sim \triangle CAH$ となることを証明しなさい。

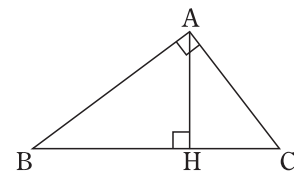
解き方 2つの三角形で、2組の角が等しくなることをいえばよい。

答 $\triangle ABH$ と $\triangle CAH$ において、 $\angle AHB = \angle CHA = 90^\circ \dots ①$

$\triangle ABH$ の内角の和より、 $\angle ABH = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAH = 90^\circ - \angle BAH$

また、 $\angle CAH = 90^\circ - \angle BAH$ 。 よって、 $\angle ABH = \angle CAH \dots ②$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABH \sim \triangle CAH$



問題 6 右の図の $\triangle ABC$ で、頂点 A, C から辺 BC, AB にそれぞれ垂線

□ AD, CE をひくとき、 $\triangle ABD \sim \triangle CBE$ となることを次のように証明した。

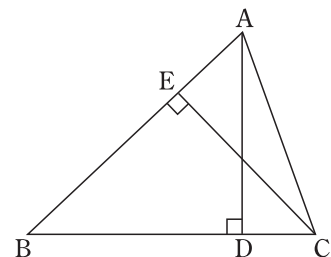
□ にあてはまるものを答えなさい。

〈証明〉 $\triangle ABD$ と $\triangle CBE$ において、

$\angle ADB = \square (1) = 90^\circ \dots ①$

$\angle ABD = \square (2) \text{ (共通)} \dots ②$

①、②より、□ (3) から、 $\triangle ABD \sim \triangle CBE$



問題 7 右の図のように、 $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC の頂点 A を通る直線

□ ℓ に、頂点 B, C からそれぞれ垂線 BD, CE をひくとき、 $\triangle ABD \sim \triangle CAE$ となることを次のように証明した。□ にあてはまるものを答えなさい。

〈証明〉 $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ において、

$\angle ADB = \square (1) = 90^\circ \dots ①$

$\angle BAD = 180^\circ - \angle BAC - \angle CAE = 90^\circ - \square (2) \dots ②$

$\triangle CAE$ の内角の和より、 $\angle ACE = 90^\circ - \square (3) \dots ③$

②、③より、 $\angle BAD = \square (4) \dots ④$

①、④より、□ (5) から、 $\triangle ABD \sim \triangle CAE$

