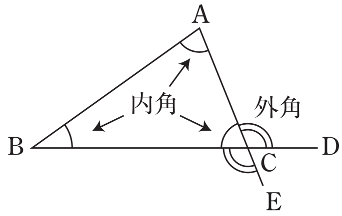
15 三角形の角

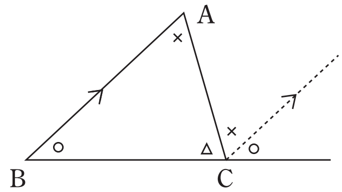
三角形の角

▶多角形の内角と外角　多角形で，1つの辺ととなりの辺の延長線とがつくる角を，その頂点における外角(がいかく)という。また，外角に対して，多角形の内側にある角を内角(ないかく)という。



例　右の図で，∠ACD は，△ABC の頂点 C における外角である。また，∠BCE も，△ABC の頂点 C における外角である。

▶三角形の内角・外角の性質



①　三角形の内角の和は 180° である。

②　三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい。

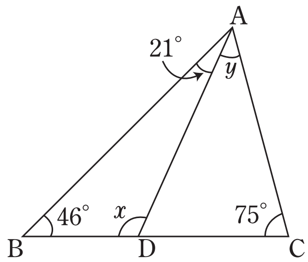
▶三角形の角による分類　0° より大きく 90° より小さい角を鋭角，90° より大きく 180° より小さい角を鈍角という。

鋭角三角形…3 つの角がすべて鋭角である三角形　　直角三角形…1 つの角が直角である三角形

鈍角三角形…1 つの角が鈍角である三角形

例題 1

右の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。



解き方　△ABD において，内角の和は 180° だから，

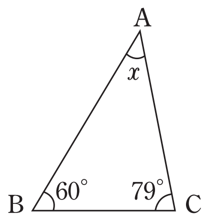
$\angle x+46^\circ+21^\circ=180^\circ$，　$\angle x=180^\circ-(46^\circ+21^\circ)=113^\circ$

△ADC において，$\angle x$ は外角だから，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい。よって，$\angle x=\angle y+75^\circ$

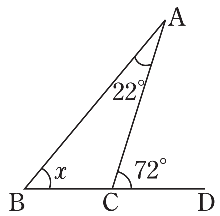
$\angle y=\angle x-75^\circ=113^\circ-75^\circ=38^\circ$　　**答**　$\angle x=113^\circ$，$\angle y=38^\circ$

問題 1　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

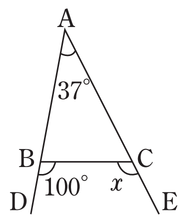
□(1)



□(2)



□(3)



例題 2

右の図 1，図 2 について，次の問いに答えなさい。

(1)　図 1 で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(2)　図 2 で，印をつけた角の和

∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E を求めなさい。

図 1

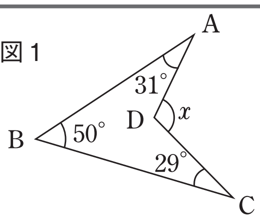
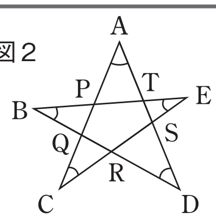


図 2



解き方　(1)　右下の図のように，AD の延長と辺 BC との交点を E とする。

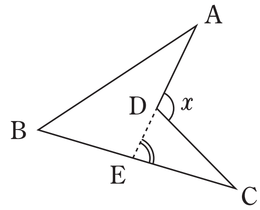
△ABE で，∠DEC＝∠A＋∠B＝31°＋50°＝81°

△DEC で，$\angle x$＝∠DEC＋∠C＝81°＋29°＝110°　　**答**　110°

(2)　△TBD で，∠ATP＝∠B＋∠D　△PCE で，∠APT＝∠C＋∠E

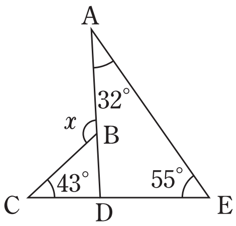
また，△APT の内角の和より，∠A＋∠ATP＋∠APT＝180°

よって，∠A＋(∠B＋∠D)＋(∠C＋∠E)＝180°　　**答**　180°

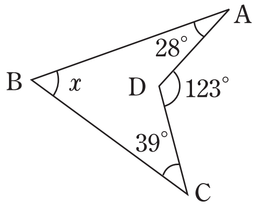


問題2 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

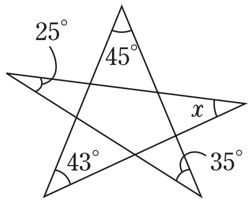
□(1)



□(2)

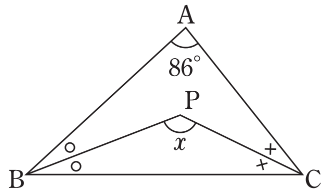


□(3)



例題3

右の図のように，$\angle A = 86°$ の △ABC の $\angle B$，$\angle C$ の二等分線の交点をPとするとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



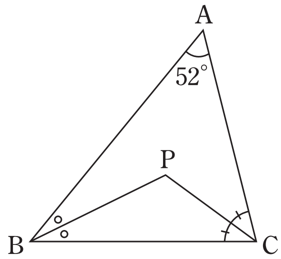
解き方 $\angle ABP = \angle CBP = a$，$\angle ACP = \angle BCP = b$ とする。

△ABC の内角の和から，$2a + 2b + 86° = 180°$

$2(a+b) + 86° = 180°$，　$2(a+b) = 94°$，　$a + b = 47°$

△PBC の内角の和から，$\angle x + a + b = 180°$，$\angle x = 180° - (a+b) = 180° - 47° = 133°$ **答** 133°

問題3 右の図のように，$\angle A = 52°$ の △ABC の $\angle B$，$\angle C$ の二等分線の交点をPとするとき，次の問いに答えなさい。



□(1) $\angle PBC + \angle PCB$ の大きさを求めなさい。

□(2) $\angle P$ の大きさを求めなさい。

多角形の内角の和，外角の和

▶多角形の内角の和…n 角形の内角の和は，$180° \times (n-2)$ である。

▶多角形の外角の和…多角形の外角の和は 360° である。

注 外角の和とは，各頂点における外角を１つずつとった和のことである。

例題4

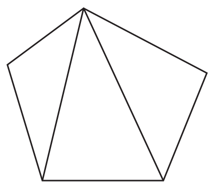
五角形について，次の問いに答えなさい。

(1) １つの頂点からひいた対角線によりできる三角形の数を求めなさい。

(2) 五角形の内角の和を求めなさい。

解き方 (1) 五角形には頂点が５つある。１つの頂点からは，その頂点と両どなりの頂点をのぞく $5-3=2$(個)の頂点に，２本の対角線がひける。これにより，五角形は $5-2=3$(個)の三角形に分けられる。 **答** 3個

(2) (1)の３個の三角形のすべての内角の和は，五角形の内角の和に等しくなる。よって，$180° \times 3 = 540°$ **答** 540°



問題4 多角形について，次の表を完成しなさい。

□

	四角形	六角形	七角形	八角形	十角形	十二角形
頂点の数						
１つの頂点から出る対角線の数						
三角形の数						
内角の和						