17 証明のすすめ方

仮定と結論

「PならばQである」という形に書かれたことがらのうち，Pの部分を仮定（かてい），Qの部分を結論（けつろん）という。

「○○○ならば□□□」
仮定　結論

例題1

次のことがらの仮定と結論をいいなさい。

(1) $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば $AB = DE$ である。　(2) 平行な2直線の同位角は等しい。

解き方 (1) 「ならば」の前の部分が仮定，後の部分が結論になる。

答 〈仮定〉 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 〈結論〉 $AB = DE$

(2) 「ならば」が入っていない文は「ならば」が入っている文に書きかえてみる。
問題文は，「2直線が平行ならば同位角は等しい」と書きかえることができる。

答 〈仮定〉 2直線が平行 〈結論〉 同位角は等しい

問題1 次のことがらの仮定と結論をいいなさい。

□(1) $\ell \parallel m$，$m \parallel n$ ならば $\ell \parallel n$ である。　□(2) x が4の倍数ならば x は偶数である。

□(3) 2つの三角形が合同なとき，対応する角の大きさは等しい。

□(4) 合同な2つの三角形の面積は等しい。

証明

▶あることがらが成り立つことを，すじ道をたてて明らかにすることを証明（しょうめい）という。
証明とは，仮定から出発し，すでに正しいと認められたことがらを根拠に使って，結論を導くことである。

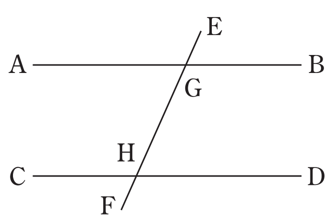
▶いままでに学習した内容のうち証明の中で根拠として使われることがらには，以下のものがある。

① 対頂角の性質　② 平行線と角の関係　③ 三角形の内角と外角の性質
④ 合同な図形の性質　⑤ 三角形の合同条件　⑥ 等式の性質
⑦ 面積や体積の公式　⑧ 多角形の内角の和，外角の和　など

例題2

右の図のように，平行な2直線AB，CDに直線EFが2点G，Hで交わるとき，$\angle AGH$ と $\angle GHC$ の和は $180°$ になる。このことについて，次の問いに答えなさい。

(1) 仮定と結論を，式で表しなさい。
(2) このことがらを証明しなさい。



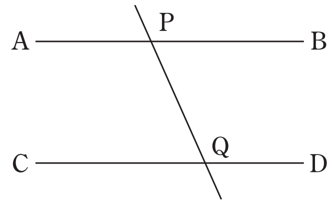
解き方 (1) 与えられた条件が仮定，仮定から導き出される結果が結論である。

答 〈仮定〉 $AB \parallel CD$ 〈結論〉 $\angle AGH + \angle GHC = 180°$

(2) 平行な2直線では錯角が等しくなることを利用して，仮定から結論を導く。

答 仮定より，$AB \parallel CD$ で，平行線の錯角は等しいから，$\angle GHC = \angle BGH$
3点A，G，Bは一直線上にあるから，$\angle AGB = 180°$
よって，$\angle AGH + \angle GHC = \angle AGH + \angle BGH = \angle AGB = 180°$
すなわち，$\angle AGH + \angle GHC = 180°$

問題 2 右の図で，$\angle APQ+\angle CQP=180°$ のとき，$AB /\!/ CD$ である。このことについて，次の問いに答えなさい。



□(1) 仮定と結論を書きなさい。

□(2) このことがらを次のように証明した。□を埋めなさい。

〈証明〉 仮定より，$\angle APQ+$ (ア) $=180°$ …①

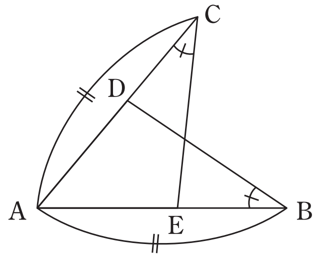
A，P，B は一直線上にあるから，$\angle APQ+\angle BPQ=$ (イ) …②

①，②より，$\angle CQP=$ (ウ)

よって，(エ) が等しいから，$AB /\!/ CD$

例題 3

右の図で，$AB=AC$，$\angle B=\angle C$ のとき，$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ となることを証明しなさい。



解き方 三角形の合同の証明は，次の手順で行う。

① 証明する三角形($\triangle ABD$ と $\triangle ACE$)を示す。

② 合同条件を導く等しい辺や角をその根拠とともに示す。

③ 合同条件をいい，結論($\triangle ABD\equiv\triangle ACE$)を書く。

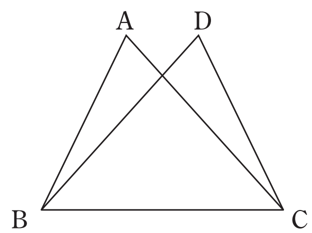
答 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において，

仮定より，$AB=AC$ …①，$\angle B=\angle C$ …②

2 つの三角形に共通な角だから，$\angle BAD=\angle CAE$ …③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$

問題 3 右の図で，$AB=DC$，$\angle ABC=\angle DCB$ のとき，$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ である。このことについて，次の問いに答えなさい。



□(1) 仮定と結論をいいなさい。また，仮定を，等しい辺や角に同じ印をつけることによって，右の図の中に示しなさい。

□(2) このことがらを次のように証明した。□を埋めなさい。

〈証明〉 $\triangle ABC$ と (ア) において，

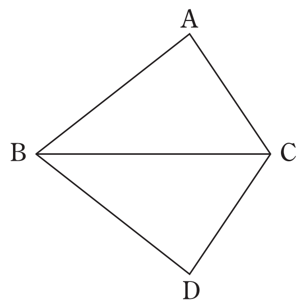
仮定より，$AB=$ (イ) …① $\angle ABC=$ (ウ) …②

また，(エ) な辺だから，$BC=$ (オ) …③

①，②，③より，(カ) がそれぞれ等しいから，$\triangle ABC\equiv$ (キ)

問題 4 右の図で，$AB=DB$，$AC=DC$ のとき，$\triangle ABC\equiv\triangle DBC$ である

□ことを，次のように証明した。□ に必要なことをのべて，(ア) に三角形の合同条件を入れ，証明を完成しなさい。



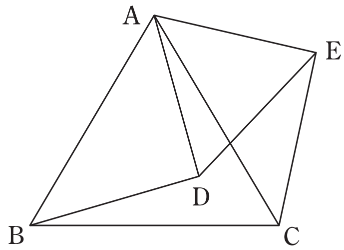
〈証明〉 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ において，

①，②，③より，(ア) がそれぞれ等しいから，

$\triangle ABC\equiv\triangle DBC$

例題 4

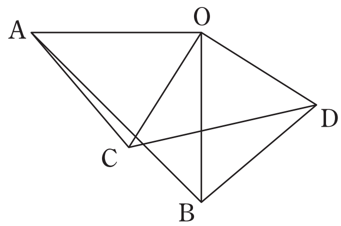
右の図で，AB＝AC，AD＝AE，∠BAC＝∠DAE のとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



解き方 BD を辺にもつ△ABD と CE を辺にもつ△ACE の合同をいえば，対応する辺は等しいので結論を導ける。

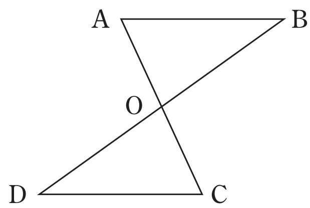
答　△ABD と△ACE において，
仮定より，AB＝AC …①，　AD＝AE …②
また，∠BAD＝∠BAC−∠DAC，∠CAE＝∠DAE−∠DAC
ここで，仮定より，∠BAC＝∠DAE だから，∠BAD＝∠CAE …③
①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABD≡△ACE
よって，対応する辺は等しいから，BD＝CE

問題 5 右の図で，△OAB は∠AOB＝90°，OA＝OB の直角二等辺三角形で，△OCD は∠COD＝90°，OC＝OD の直角二等辺三角形である。A と C，B と D を結ぶとき，∠OAC＝∠OBD となることを次のように証明した。(ア)～(カ)にあてはまるものを答えなさい。



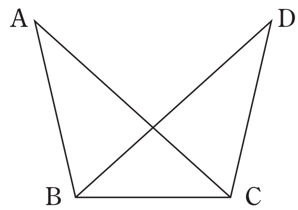
〈証明〉　△OAC と (ア) において，
仮定より，OA＝ (イ) …①，OC＝ (ウ) …②
また，∠AOC＝90°− (エ) ，∠BOD＝90°− (エ) 。　よって，∠AOC＝∠BOD …③
①，②，③より， (オ) がそれぞれ等しいから，△OAC≡ (ア)
したがって，∠OAC＝ (カ)

問題 6 右の図で，AB＝DC，AB∥DC であるとき，OA＝OC となることを次のように証明した。(ア)～(ウ)にあてはまるものを答え，［　　］に証明の続きを書いて，証明を完成しなさい。



〈証明〉　△OAB と△OCD において，
仮定より，AB＝ (ア) …①
AB∥CD より，錯角は等しいから，∠OAB＝ (イ) …②
同様に，∠OBA＝ (ウ) …③

問題 7 右の図で，∠ABC＝∠DCB，∠BAC＝∠CDB のとき，AC＝DB となることを次のように証明した。(ア)，(イ)にあてはまるものを答え，［　　］に証明の続きを書いて，証明を完成しなさい。



〈証明〉　△ABC と (ア) において，
仮定より，∠ABC＝∠DCB …①，∠BAC＝∠CDB …②
三角形の内角の和は 180° だから，①，②より，∠ACB＝ (イ) …③